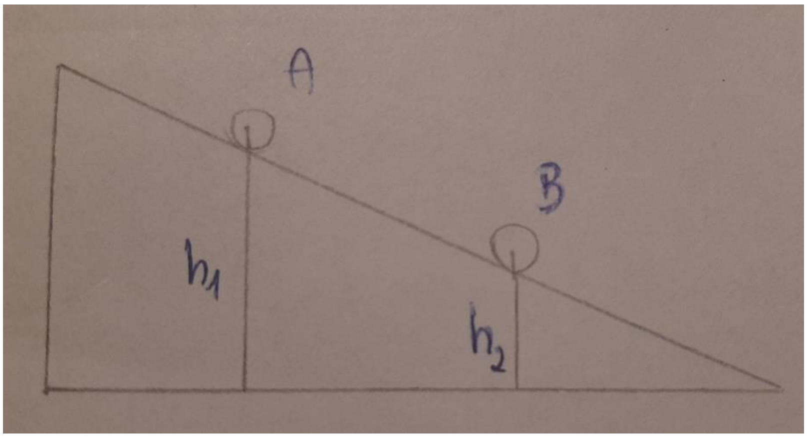
Zadanie 8.7

Kulka stacza się bez poślizgu z wysokości h_1. Wyprowadź wzór na szybkość, jaka uzyska środek kulki w punkcie B na wysokości h_2.



Kula stacza się z wysokości h_1 na wysokość h_2:

$$h_1 > h_2$$

Na początkowej wysokości kula ma zerowe szybkości, ale w wyniku staczania się, na wysokości h_2 osiąga szybkość V. Więc jej szybkość kątowa wynosi:

$$\omega = V/R$$

Moment bezwładności kulki wynosi:

$$I = 2/5mR^2$$

Kulka na poszczególnych wysokościach posiada energię potencjalną, kinetyczna ruchu postępowego oraz kinetyczna ruchu obrotowego. Na wysokości h_1 wynoszą:

$$E_{p.1} = mgh_1$$

$$E_{k.p.1} = 0$$

$$E_{k.obr.1} = 0$$

Na wysokości h_2 wynoszą:

$$E_{p.2} = mgh_2$$

$$E_{k.p.2} = 1/2mV^2$$

$$E_{k.obr.2} = 1/2I\omega^2$$

Korzystając z zasady zachowania energii otrzymujemy równanie, z którego możemy wyznaczyć szybkość, jaką uzyska kulka w punkcie B:

$$E_{p.2} + E_{k.p.2} + E_{k.obr.2} = E_{p.1} + E_{k.p.1} + E_{k.obr.1}$$

$$mgh_2 + \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = mgh_1 + 0 + 0$$

$$\cancel{m}gh_2 + \frac{1}{2}\cancel{m}V^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5}\cancel{m}R^2\left(\frac{V}{R}\right)^2 = \cancel{m}gh_1$$

$$gh_2 + \frac{1}{2}V^2 + \frac{1}{5}\cancel{R^2}\frac{V^2}{\cancel{R^2}} = gh_1$$

$$\frac{5}{10}V^2 + \frac{2}{10}V^2 = gh_1 - gh_2$$

$$\frac{7}{10}V^2 = g(h_1 - h_2)$$

$$V^2 = \frac{10}{7}g(h_1 - h_2)$$

$$V = \sqrt{\frac{10}{7}g(h_1 - h_2)}$$