

Zadanie 8.3

Kawałek cienkościennej rury o masie 10 dag stacza się bez poślizgu z równi pochyłej, nachylonej do poziomu pod kątem 20° .

- Oblicz wartość przyspieszenia ruchu postępowego rury.
- Oblicz wartość siły tarcia statycznego, którą powierzchnia równi działa na rurę.
- Znajdź warunek, który musi spełnić współczynnik tarcia statycznego, aby rura toczyła się bez poślizgu.

Dane:

$$m = 10 \text{ dag} = 0,1 \text{ kg}$$

$$\alpha = 20^\circ$$

Szukane:

a = wartość przyspieszenia ruchu postępowego rury.

T = wartość siły tarcia statycznego, którą powierzchnia równi działa na rurę.

a) Obliczamy wartość przyspieszenia ruchu postępowego rury

$$F_w = ma$$

$$F_w = F - T$$

$$T = f F_N$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_C}$$

$$F_C = mg$$

$$F_N = F_C \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha$$

$$T = f mg \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{F}{F_C}$$

$$F = F_C \cdot \sin \alpha = mg \cdot \sin \alpha$$

$$ma = mg \cdot \sin \alpha - T$$

$$T = mg \cdot \sin \alpha - ma$$

$$T = m (g \cdot \sin \alpha - a)$$

Moment siły obliczamy ze wzoru:

$$\vec{M} = \vec{R} \times \vec{T}$$

$$M = R \cdot T \cdot \sin \alpha (\vec{r}, \vec{T})$$

$$M = R \cdot T \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

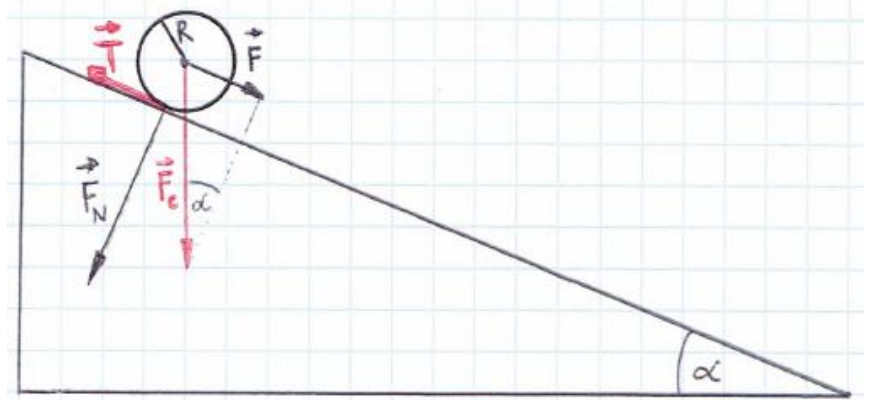
$$M = R \cdot T$$

Zgodnie z drugą zasadą dynamiki dla ruchu obrotowego

$$M = \varepsilon \cdot J_0$$

Dla rury cienkościennej moment bezwładności względem osi obrotu pokrywającej się z osią symetrii obliczamy ze wzoru:

$$J_0 = mR^2$$



Ruch odbywa się bez poślizgu więc:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}$$

$$M = \frac{a}{R} \cdot mR^2$$

$$M = mRa$$

$$R \cdot T = mRa \quad / : R$$

$$T = ma$$

$$m(g \cdot \sin\alpha - a) = ma \quad / : m$$

$$g \cdot \sin\alpha - a = a$$

$$2a = g \cdot \sin\alpha$$

$$a = \frac{1}{2} g \cdot \sin\alpha$$

$$\sin 20^\circ = 0,342$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,342 = 1,71 \frac{m}{s^2}$$

Odp.: Wartość przyspieszenia ruchu postępowego rury wynosi $1,71 \frac{m}{s^2}$.

b) Obliczamy wartość siły tarcia statycznego, którą powierzchnia równi działa na rurę.

$$T = m(g \cdot \sin\alpha - a)$$

$$T = 0,1 \text{ kg} \left(10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,342 - 1,71 \frac{m}{s^2} \right) = 0,1 \text{ kg} \cdot 1,71 \frac{m}{s^2} = 0,171 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s^2} = 0,171 \text{ N} \approx 0,2 \text{ N}$$

c) Warunek, który musi spełnić współczynnik tarcia statycznego, aby rura toczyła się bez poślizgu.

$$T = f_s F_N$$

$$f_s = \frac{T}{F_N}$$

Warunek będzie spełniony jeśli:

$$f_s \geq \frac{T}{F_N}$$

$$f_s \geq \frac{m(g \cdot \sin\alpha - a)}{mg \cdot \cos\alpha}$$

$$f_s \geq \frac{g \cdot \sin\alpha - a}{g \cdot \cos\alpha}$$

$$\cos 20^\circ = 0,9397$$

$$f_s \geq \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,342 - 1,71 \frac{m}{s^2}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,9397}$$

$$f_s \geq \frac{1,71 \frac{m}{s^2}}{9,397 \frac{m}{s^2}}$$

$$f_s \geq 0,18$$

Odp.: Współczynnik tarcia statycznego musi być większy bądź równy 0,18.