

8.2) Z równi pochyłej o kącie nachylenia 30° i wysokości 40 cm staczają się bez poślizgu : cienkościenna rurka, walec kula, wszystkie o takiej samej średnicy, równej 8cm. Oblicz częstotliwość obrotów uzyskaną przez każdą z brył u podnóża równi.

Dane :

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h = 0.4\text{m}$$

$$d = 8\text{cm}$$

$$R = d/2$$

$$R = 0.04\text{m}$$

$$G = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Zadanie:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$E_k = \frac{m\omega^2 R^2}{2} \text{ Energia kinetyczna ruchu postępowego}$$

$$E_{k.o} = \frac{J\omega^2}{2} \text{ Energia kinetyczna ruchu obrotowego}$$

$$E_p = mgh \text{ Energia potencjalna}$$

$$E_k + E_{k.o} = E_p$$

$$\frac{m\omega^2 R^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = mgh \quad | \cdot 2 \text{ następnie } | : (mR^2 + J)$$

$$\omega^2 = \frac{2mgh}{mR^2 + J}$$

$$\text{Szybkość kątowna } \omega = 2\pi f$$

$$(2\pi f)^2 = \frac{2mgh}{mR^2 + J} \quad | : 4\pi^2$$

$$f^2 = \frac{2mgh}{4\pi^2(mR^2 + J)}$$

Momenty bezwładności dla poszczególnych brył:

$$\text{Rurka : } J_r = mR^2$$

$$\text{Walec : } J_w = \frac{1}{2}mR^2$$

$$\text{Kula : } J_k = \frac{2}{5}mR^2$$

Dla rurki:

$$f_r^2 = \frac{2mgh}{4\pi^2(2mR^2)} \text{ bo } J_r = mR^2 \text{ skracamy } 2m \text{ i pierwiastkujemy } \sqrt{\quad}$$

$$f_r = \frac{\sqrt{gh}}{2\pi R}$$

Podstawiamy

$$f_r = \left(\sqrt{10} \frac{m}{s^2} \cdot 0.4m \right) : 2 \cdot 3.14 \cdot 0.04m = 8.0Hz$$

Dla walca:

$$f_w^2 = \frac{2mgh}{4\pi^2\left(mR^2 + \frac{1}{2}mR^2\right)} \text{ Skracamy ułamki oraz masę}$$

$$f_w^2 = \frac{gh}{3\pi^2 R^2} \text{ Pierwiastkujemy } \sqrt{\quad}$$

$$f_w^2 = \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{3} \cdot \pi R} \text{ bez kwadratu dla } f$$

Podstawiamy

$$f_w^2 = \frac{\sqrt{10} \frac{m}{s^2} 0.4m}{\sqrt{3} \cdot 3.14 \cdot 0.04m} = 9.2Hz \text{ bez kwadratu dla } f$$

Dla kuli

$$f_k^2 + \frac{2mgh}{4\pi^2\left(mR^2 + \frac{2}{5}mR^2\right)} \text{ Skracamy ułamki oraz masę}$$

$$\frac{14}{8} = 2.8 \text{ A więc}$$

$$f_k^2 + \frac{gh}{2.8\pi^2 R^2} \text{ pierwiastkujemy } \sqrt{\quad}$$

$$f_k + \frac{\sqrt{gh}}{\sqrt{2.8}\pi R}$$

Podstawiamy

$$f_k + \frac{\sqrt{10 \frac{m}{s^2} \cdot 0.4}}{\sqrt{2.8} \cdot 3.14 \cdot 0.04m} = 9.5Hz$$

