

Zadanie 4.7

Jednorodny, metalowy słupek o masie 6 kg i długości 0,8 m, leżący na poziomym podłożu, podnosimy do położenia pionowego jednostajnym ruchem obrotowym, działając na jeden z jego końców siłą $\vec{F}$ prostopadłą do słupka. Drugi koniec pozostaje nieruchomy na podłożu. Grubość słupka jest jednakowa w każdym punkcie i pomijalnie mała.

Oblicz:

- Początkową wartość siły $\vec{F}$ oraz jej wartość w chwili, gdy słupek utworzył kąt 60° z podłożem
- Pracę wykonaną podczas podnoszenia słupka

Dane:

$$m = 6 \text{ kg}$$

$$l = 0,8 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Szukane:

$\vec{F}_1$ - początkowa wartość siły

$\vec{F}_2$ - wartość siły, gdy słupek utworzył z podłożem kąt 60°

W – praca wykonana podczas podnoszenia słupka

a) Obliczamy początkową wartość siły $\vec{F}_1$

Moment siły obliczamy ze wzoru:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_1$$

$$M = r \cdot F_1 \cdot \sin \alpha (\vec{r}, \vec{F}_1)$$

$$M = r \cdot F_1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin 90^\circ = 1; \quad r = l$$

$$M = l \cdot F_1$$

$$M_g = \frac{1}{2} l \cdot F_c \cdot \sin 90^\circ$$

$$F_c = mg$$

$$M_g = \frac{1}{2} l \cdot mg$$

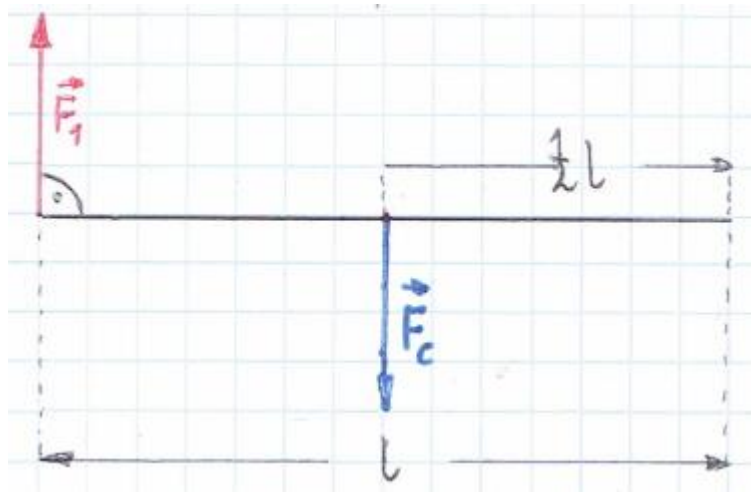
$$M = M_g$$

$$l \cdot F_1 = \frac{1}{2} l \cdot mg \quad / : l$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot mg$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 30 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 30 \text{ N}$$

Odp.: Początkowa wartość siły wynosi 30 N.



Obliczamy wartość siły $\vec{F}_2$ w momencie, gdy słupek utworzył z podłożem kąt 60°

$$M = r \cdot F_2 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\sin 90^\circ = 1; \quad r = l$$

$$M = l \cdot F_2$$

$$M_g = \frac{1}{2} l \cdot F_C \cdot \sin (90^\circ - \alpha)$$

$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$F_C = mg$$

$$M_g = \frac{1}{2} l \cdot mg \cos \alpha$$

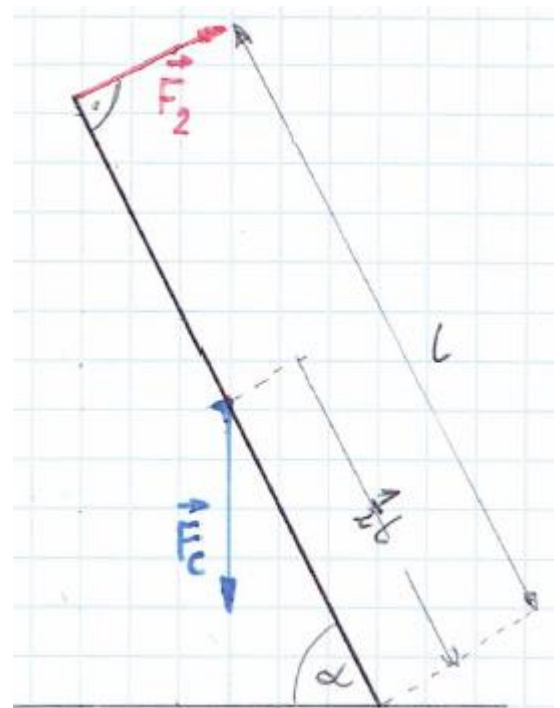
$$M = M_g$$

$$l \cdot F_2 = \frac{1}{2} l \cdot mg \cos \alpha \quad / : l$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \cdot mg \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 0,5$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,5 = 15 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 15 \text{ N}$$



$$\alpha = 60^\circ$$

Odp.: Wartość siły $\vec{F}_2$ w momencie, gdy słupek utworzył z podłożem kąt 60° wynosi 15 N.

b) Obliczamy pracę wykonaną podczas podnoszenia słupka

Środek ciężkości słupka znajduje się w połowie jego długości. Gdy słupek leży $h_0 = 0$, gdy go podniesiemy do pionu:

$$h = \frac{1}{2} l$$

Praca, jaka jest wykonywana podczas podnoszenia słupka jest równa zmianie energii potencjalnej.

$$W = \Delta E_p$$

$$W = E_p - E_{p0}$$

$$E_{p0} = 0$$

$$E_p = mgh$$

$$W = mgh = \frac{1}{2} mgl$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ m} = 24 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 24 \text{ J}$$

Odp.: Praca wykonana podczas podnoszenia słupka wyniosła 24 J.