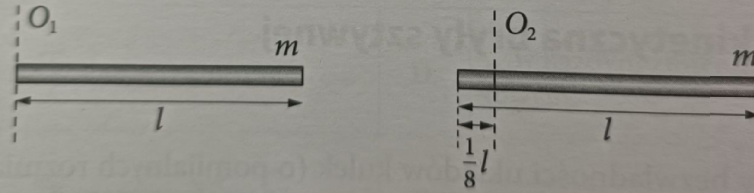
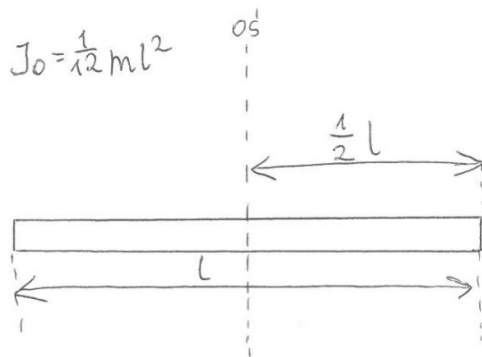


### Zadanie 3.4

Oblicz, ile razy moment bezwładności pręta o masie  $m$  i długości  $l$  względem osi  $O_1$  jest większy od jego momentu bezwładności względem osi  $O_2$ .



Wiemy, że moment bezwładności pręta obracającego się wokół osi przechodzącej przez jego podłużny środek wynosi:



$$J_0 = \frac{1}{12} ml^2$$

Twierdzenie Steinera:

Moment bezwładności bryły sztywnej względem osi jest równy sumie momentu bezwładności względem osi równoległej do danej i przechodzącej przez środek masy bryły oraz iloczynu masy bryły i kwadratu odległości między tymi dwiema osiami, co można wyrazić wzorem:

$$J = J_0 + mr^2$$

Korzystając z twierdzenia Steinera obliczymy moment bezwładności pręta wokół osi  $O_1$

$$J_1 = J_0 + m \left( \frac{l}{2} \right)^2$$

$$J_1 = J_0 + \frac{1}{4} ml^2$$

$$J_1 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2$$

$$J_1 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{3}{12} ml^2$$

$$J_1 = \frac{4}{12} ml^2$$

$$J_1 = \frac{1}{3} ml^2$$

Moment bezwładności pręta obracającego się względem osi  $O_2$  będzie miał postać:

$$\begin{aligned}J_2 &= J_0 + m \left( \frac{1}{2}l - \frac{1}{8}l \right)^2 \\J_2 &= J_0 + m \left( \frac{4}{8}l - \frac{1}{8}l \right)^2 \\J_2 &= J_0 + m \left( \frac{3}{8}l \right)^2 \\J_2 &= J_0 + \frac{9}{64}ml^2 \\J_2 &= \frac{1}{12}ml^2 + \frac{9}{64}ml^2 \\J_2 &= \frac{16}{192}ml^2 + \frac{27}{192}ml^2 \\J_2 &= \frac{43}{192}ml^2\end{aligned}$$

Obliczamy ile razy moment bezwładności pręta obracającego się względem osi  $O_1$  jest większy od momentu bezwładności pręta obracającego się względem osi  $O_2$ :

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\frac{1}{3}ml^2}{\frac{43}{192}ml^2}$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{43}{192}}$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{192}{43}$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{192}{129}$$

$$\frac{J_1}{J_2} \approx 1,5$$

Odp. Moment bezwładności bryły obracającej się wokół osi jest 1,5 razy większy niż dla drugiej.