17.9

Dane:

$h = 20m$

$\alpha = 15°$

$tg\,\alpha = 0,27$

$s_2 = 75\,m$

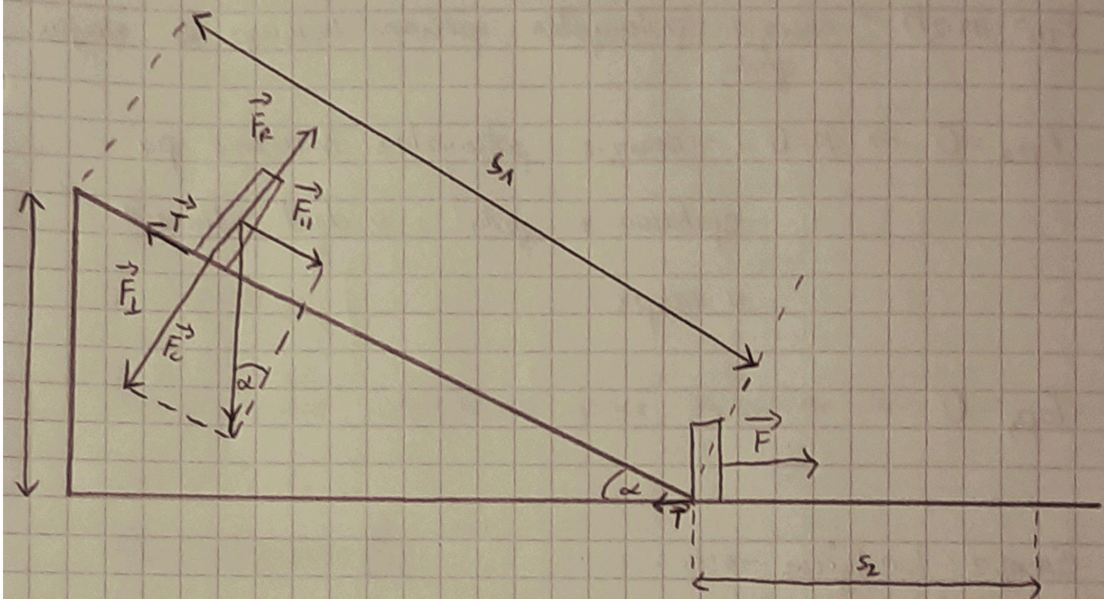
$\mu = 0,12$

$g = 10\frac{m}{s^2}$

szukane:

$V_1 = ?$

$V_2 = ?$




h - wysokość z jakiej zjeżdża narciarz

$s_1$ - droga jaką przebywa jadąc z górki

$s_2$ - droga jaką przebył po zjechaniu z górki

$\alpha$ - kąt nachylenia górki

$\vec{T}$ - siła tarcia

$\vec{F}$ - siła z jaką porusza się po zjechaniu z górki

$F_c$ - siła ciężkości narciarza

Na górce siła ciężkości rozkłada się na dwie składowe.

$\vec{F_{II}}$ - równoległa do równi pochyłej

$\vec{F_\perp}$ - prostopadła do równi pochyłej

$F_c = mg$ - wzór na wartość siły ciężkości

z funkcji trygonometrycznych:

$\sin\alpha = \frac{h}{s_1} \Rightarrow s_1 = \frac{h}{\sin\alpha}$

$\cos\alpha = \frac{F_\perp}{F_c} \Rightarrow F_\perp = F_c \cos\alpha$

$\sin\alpha = \frac{F_\parallel}{F_c} \Rightarrow F_\parallel = F_c \sin\alpha$

$E_p = mgh$ - wzór na energię potencjalną

$E_{p_1} = mgh$ - energia potencjalna narciarza będącego na szczycie górki

$E_{p_2} = 0 \rightarrow h = 0$ - energia potencjalna narciarza po zjechaniu z górki i w chwili wdenerwania w zaspę

$E_{p_3} = 0$

Energia kinetyczna - wzór:

$E_k = \frac{mv^2}{2}$

$E_{k_1} = 0$ - energia kinetyczna narciarza na szczycie górki, ponieważ narciarz nie porusza się, czyli jego szybkość wynosi zero

$E_{k_2} = \frac{mv_1^2}{2}$ - wzór na energię kinetyczną narciarza po zjechaniu z górki, ponieważ będzie miał pełną energię kinetyczną

$W = F \cdot s$ - wzór na pracę, ponieważ na narciarza działa siła tarcia, która powoduje, że narciarz zjeżdżając z górki wykonuje pracę

$W_1 = F_1 \cdot s_1$

$W_2 = F_2 \cdot s_2$

Siła $F_1$ jaką działa na narciarza zjeżdżającego z górki jest równoważna sile tarcia jaka działa na narciarza na górce:

$F_1 = T_1$

Siła tarcia - wzór:

$T = \mu N$

W tym przypadku N jest równoważna składowej prostopadłej siły ciężkości:

$F_1 = T_1$

$F_1 = \mu F_\perp$

$F_1 = \mu F_g \cos\alpha$

Więc praca wykonana przez narciarza to:

$W_1 = F_1 \cdot s_1$

~~$W_1 = \mu F_g \cos\alpha \frac{h}{\sin\alpha}$~~

$W_1 = \mu F_g \cos\alpha \frac{h}{\sin\alpha}$

$W_1 = \frac{\mu m g h}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$

$W_1 = \frac{\mu m g h}{tg\alpha}$

Siła $F_2$ jaką działa na narciarza, po zjechaniu z górki jest równoważna sile tarcia

$F_2 = T_2$

W tym przypadku siła nacisku narciarza jest równa sile ciężkości z jaką narciarz działa na podłoże:

$F_2 = \mu N$

$F_2 = \mu F_c$

$F_2 = \mu m g$

Z tego wyniku, że praca wykonana na odcinku $s_2$ wynosi:

$$W_2 = F_2 \cdot s_2$$

$$W_2 = \mu m g s_2$$

Zasada zachowania energii, gdy narciarz przemieścił się ze szczytu górki do jej podnóża:

$$E_{p_1} + E_{k_1} = W_1 + E_{p_2} + E_{k_2}$$

$$E_{p_1} + 0 = W_1 + 0 + E_{k_2}$$

$$E_{p_1} = W_1 + E_{k_2}$$

Zatem prędkość, jaką narciarz osiąga u podnóża górki ma wartość:

$$W_1 + E_{k_2} = E_{p_1}$$

$$\frac{\mu m g h}{tg\alpha} + \frac{m v_1^2}{2} = m g h$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = m g h - \frac{\mu m g h}{tg\alpha}$$

$$\frac{m v_1^2}{2} = m g h \left(1 - \frac{\mu}{tg\alpha}\right)$$

$$m v_1^2 = 2 m g h \left(1 - \frac{\mu}{tg\alpha}\right)$$

$$v_1^2 = 2 g h \left(1 - \frac{\mu}{tg\alpha}\right)$$

$$v_1 = \sqrt{2 g h \left(1 - \frac{\mu}{tg\alpha}\right)}$$

Zasada zachowania energii, gdy narciarz porusza się od miejsca zjechania z górki do miejsca uderzenia w zaspę:

$$E_{p_2} + E_{k_2} = W_2 + E_{p_3} + E_{k_3}$$

$$0 + E_{k_2} = W_2 + 0 + E_{k_3}$$

$$E_{k_2} = W_2 + E_{k_3}$$

więc

$$E_{p_1} = W_1 + E_{k_2}$$

$$E_{p_1} = W_1 + W_2 + E_{k_3}$$

Podstawienie zmiennych do otrzymanej zależności i wyznaczenie wartości prędkości w chwili uderzenia w zaspę:

$$E_{p_1} = W_1 + W_2 + E_{k_3}$$

$$mgh = \frac{\mu mgh}{tg\alpha} + \mu mgs_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$gh = \frac{\mu gh}{tg\alpha} + \mu gs_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

$$2gh = 2\frac{\mu gh}{tg\alpha} + 2\mu gs_2 + v_2^2$$

$$2gh - 2\frac{\mu gh}{tg\alpha} - 2\mu gs_2 = v_2^2$$

$$2\left(gh - \frac{\mu gh}{tg\alpha} - \mu gs_2\right) = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2\left(gh - \frac{\mu gh}{tg\alpha} - \mu gs_2\right)}$$

podstawienie:

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 20m \cdot \left(1 - \frac{0,12}{tg\,15^\circ}\right)} =$$

$$\sqrt{400\frac{m^2}{s^2} \cdot \left(1 - \frac{0,12}{0,27}\right)} \approx$$

$$\sqrt{400\frac{m^2}{s^2} \cdot (1 - 0,444)} =$$

$$\sqrt{400\frac{m^2}{s^2} \cdot 0,556} =$$

$$\sqrt{222,4\frac{m^2}{s^2}} \approx 14,913\frac{m}{s} \approx \underline{15\frac{m}{s}}$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot (10\frac{m}{s^2} \cdot 20m - \frac{0,12 \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 20m}{tg\,15^\circ} - 0,1$$

$$= \sqrt{2 \cdot \left(200\frac{m^2}{s^2} - \frac{24\frac{m^2}{s^2}}{0,27} - 30\frac{m^2}{s^2}\right)}$$

$$\approx \sqrt{2 \cdot \left(200\frac{m^2}{s^2} - 88,89\frac{m^2}{s^2} - 30\frac{m^2}{s^2}\right)}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 21,11\frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{42,22\frac{m^2}{s^2}} \approx 6,49769\frac{m}{s}$$

$$\approx \underline{6,5\frac{m}{s}}$$