

### Zadanie 17.11

Pocisk o masie 8 g lecący poziomo z prędkością o wartości 300 m/s przebił belkę, w której działała na niego siła oporu o średniej wartości 1500 N. Szybkość pocisku po przebiciu belki była równa 120 m/s. Oszacuj:

- prace siły oporu,
- grubość belki.

$$\text{Dane: } m = 8\text{g} = 0,008\text{kg} \quad v_0 = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad F_{\text{op}} = 1500\text{N}$$

$$\text{Szukane: } W = ? \quad d = ?$$

a) Wartość siły oporu znamy, więc opóźnienie ciała w belce obliczamy z II zasady dynamiki Newtona

$$F_{\text{op}} = ma \quad /: m$$
$$a = \frac{F_{\text{op}}}{m}$$

Jest nam znana wartość prędkości początkowej i końcowej, oraz, że jest to ruch opóźniony. Wyznaczamy czas ruchu pocisku w belce

$$v = v_0 - at \quad /+at$$
$$v + at = v_0 \quad /-v$$
$$at = v_0 - v \quad /:a$$
$$t = \frac{v_0 - v}{a}$$

Zatem droga jaką pokonał pocisk w belce ma postać:

$$\begin{aligned} s &= V_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ s &= V_0 \cdot \frac{V_0 - V}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \left( \frac{V_0 - V}{a} \right)^2 \\ s &= \frac{V_0(V_0 - V)}{a} - \frac{1}{2} a \frac{(V_0 - V)^2}{a^2} \\ s &= \frac{V_0^2 - V_0 V}{a} - \frac{1}{2} \frac{(V_0 - V)^2}{a} \quad | \cdot 2 \\ s &= \frac{2V_0^2 - 2V_0 V}{2a} - \frac{(V_0 - V)^2}{2a} \\ s &= \frac{2V_0^2 - 2V_0 V}{2a} - \frac{V_0^2 - 2V_0 V + V^2}{2a} \\ s &= \frac{2V_0^2 - 2V_0 V - V_0^2 + 2V_0 V - V^2}{2a} \\ s &= \frac{V_0^2 - V^2}{2a} \end{aligned}$$

Siła oporów wykonuje prace w przeciwną stronę niż kierunek ruchu pocisku

$$\begin{aligned} W &= F \cdot s \\ W &= -F_{op} \cdot s \\ W &= -F_{op} \cdot \frac{V_0^2 - V^2}{2a} \\ W &= -F_{op} \cdot \frac{V_0^2 - V^2}{2 \frac{F_{op}}{m}} \\ W &= -\frac{m(V_0^2 - V^2)}{2} \end{aligned}$$

Teraz dane podstawiamy do wzoru:

$$\begin{aligned} W &= -0,004 \text{ kg} \left( 80000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 14400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) \\ W &= -0,004 \text{ kg} \cdot 75600 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ W &= -302,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \\ W &\approx -300 \text{ J} \end{aligned}$$

Odp.: Praca wykonana przez siły oporów ruchu wynosi około -300 J.

b) Grubość belki odpowiada drodze które musiał pokonać pocisk w belce

$$d = s$$
$$d = \frac{V_0^2 - V^2}{2a}$$
$$d = \frac{V_0^2 - V^2}{2 \frac{F_{op}}{m}}$$
$$d = \frac{m(V_0^2 - V^2)}{2F_{op}}$$

Teraz dane podstawiamy do wzoru

$$d = \frac{0,008 \text{ kg} \left( (300 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (120 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \right)}{2 \cdot 1500 \text{ N}}$$
$$d = \frac{0,008 \text{ kg} \left( 90000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 14400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right)}{3000 \text{ N}}$$
$$d = \frac{0,008 \text{ kg} \cdot 75600 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{3000 \text{ N}}$$
$$d = \frac{604,8 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{3000 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$
$$d = 0,2016 \text{ m}$$
$$d \approx 0,2 \text{ m}$$

Odp.: Grubość belki wynosi około 0,2 m.