

# Zadanie 16.5

Masa słońca jest równa  $2 \cdot 10^{30}$  kg, a promień orbity ziemskiej ma  $1,5 \cdot 10^{11}$  m. Oblicz:

a) o ile co najmniej musiałaby wzrosnąć szybkość Ziemi na orbicie okołosłonecznej, aby Ziemia opuściła układ słoneczny

b) jaki ułamek obecnej szybkości Ziemi stanowiłby ten wzrost.

Przyjmij, że na Ziemię działa tylko siła grawitacji pochodząca od Słońca

Dane:

$$M_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$r_z = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Przyjmij że:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

a)

pierwsza prędkość kosmiczna:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

dla ziemi:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_s}{r_z}}$$

druga prędkość kosmiczna:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

dla ziemi:

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2GM_s}{r_z}}$$

obliczamy zmianę prędkości

b) Ziemia krąży wokół słońca z pierwszą prędkością kosmiczną więc:

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{GM_s}{r_z}} \cdot (\sqrt{2}-1)}{\sqrt{\frac{GM_s}{r_z}}}$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{\sqrt{2}-1}{1}$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} \approx 1,4 - 1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1} \approx 0,4$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{2GM_s}{r_z}} - \sqrt{\frac{GM_s}{r_z}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{GM_s}{r_z}} - \sqrt{\frac{GM_s}{r_z}}$$

$$\Delta v = \sqrt{\frac{GM_s}{r_z}} \cdot (\sqrt{2}-1)$$

Podstawiamy:

$$\begin{aligned} \Delta v &= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}} \cdot (\sqrt{2}-1) \\ &= \sqrt{\frac{13,34 \cdot 10^{-11+30} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}} \cdot (\sqrt{2}-1) \\ &\approx \sqrt{8,8933 \cdot 10^8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \cdot 0,41421 \\ &\approx 2,98216 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,41421 \\ &= 1,23524044 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &\approx 1,24 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12,4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= 12,4 \frac{\text{km}}{\text{s}} \end{aligned}$$