**Zadanie 16.4**

Oblicz, na jaką maksymalną wysokość dotrze ciało wyrzucone pionowo z powierzchni Księżyca z pierwszą prędkością kosmiczną dla Księżyca. Przyjmij, że promień Księżyca $R_K = \frac{1}{3,7} R_Z$, gdzie $R_Z$ jest promieniem Ziemi równym 6400 km.

**Dane:**

$R_Z = 6400$ km

$R_K = \frac{1}{3,7} R_Z$

**Szukane:**

h – wysokość na jaką dotrze ciało

**Rozwiązanie:**

Na powierzchni Księżyca:

$E_{p0} = -\frac{GMm}{R_K}$ Energia potencjalna ciała

$E_{k0} = \frac{mv^2}{2}$ Energia kinetyczna ciała

G – stała grawitacyjna

M – masa Księżyca

m – masa wyrzuconego ciała

v – prędkość z jaką wyrzucono ciało

Ciało dociera na pewną wysokość h, wtedy:

$E_{p1} = -\frac{GMm}{R_K+h}$ Energia potencjalna ciała na wysokości h

$E_{k1} = 0$ Energia kinetyczna ciała na wysokości h

$E_{p0} + E_{k0} = E_{p1} + E_{k1}$ Korzystamy z zasady zachowania energii

$-\frac{GMm}{R_K} + \frac{mv^2}{2} = -\frac{GMm}{R_K+h}$ / : m

$-\frac{GM}{R_K} + \frac{v^2}{2} = -\frac{GM}{R_K+h}$

$v = \sqrt{\frac{GM}{R_k}}$ ciało wyrzucono z pierwszą prędkością kosmiczną, więc

$-\frac{GM}{R_K} + \frac{\frac{GM}{R_K}}{2} = -\frac{GM}{R_K+h}$

$-\frac{GM}{R_K} + \frac{GM}{2R_K} = -\frac{GM}{R_K+h}$

$- \frac{2GM}{2R_K} + \frac{GM}{2R_K} = - \frac{GM}{R_K+h}$

$- \frac{GM}{2R_K} = - \frac{GM}{R_K+h}$ / · (-1)

$\frac{GM}{2R_K} = \frac{GM}{R_K+h}$ / : GM

$\frac{1}{2R_K} = \frac{1}{R_K+h}$

$2R_K = R_K + h$

$h = R_K$

$R_K = \frac{1}{3,7} R_Z$

$h = \frac{1}{3,7} R_Z$

$h = \frac{1}{3,7}$ 6400 km

$h \approx$ 1729,73 km $\approx$ 1730 km

**Odpowiedź:**

Ciało dotrze na wysokość około 1730 km.