

ZADANIE 12,2

Odległość między środkiem Ziemi i środkiem Księżyca $r = 384\,400\text{ km}$. Masa Ziemi jest równa $6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$, a masa Księżyca jest od niej 81 razy mniejsza. Oblicz wartość natężenia pola grawitacyjnego między Ziemią a Księżycem w punkcie odległym o $\frac{4}{5}r$ od środka Ziemi oraz podaj jego zwrot.

Dane:

$$r = 384400\text{ km} = 3,844 \cdot 10^5\text{ km} = 3,844 \cdot 10^5 \cdot 10^3\text{ m} = 3,884 \cdot 10^8\text{ m}$$

$$x = \frac{4}{5}r$$

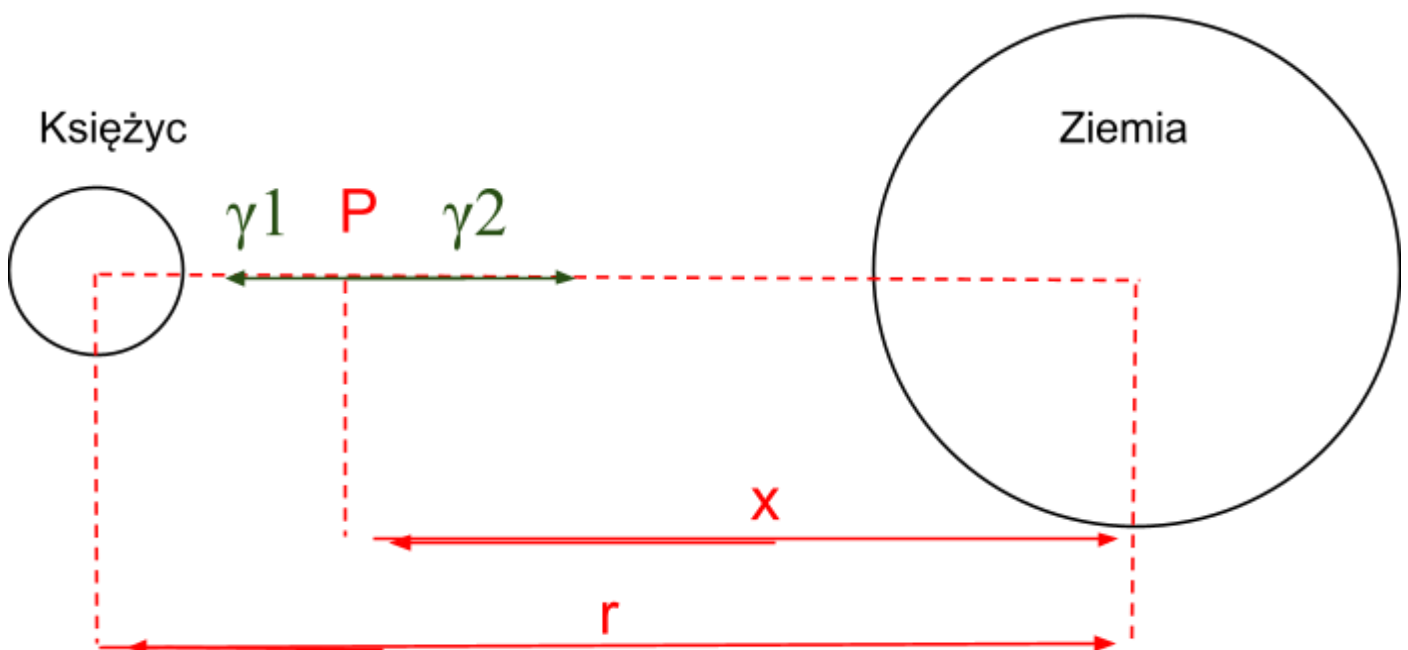
$$M_K = \frac{1}{81} M_Z$$

$$M_Z = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$$

Przyjmujemy, że stała grawitacyjna wynosi:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Wykonujemy rysunek pomocniczy:



Wzór na natężenie:

$$\gamma = \frac{GM_Z}{r^2}$$

gdzie G jest stałą grawitacyjną, γ jest natężeniem pola grawitacyjnego ciała znajdującego się w odległości r od 16785 planety/ciała niebieskiego o masie M. Natężenie grawitacyjne pochodzące od Ziemi ma postać:

$$\gamma_1 = \frac{GM_Z}{x^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{GM_Z}{x^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{GM_Z}{\left(\frac{4}{5}r\right)^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{GM_Z}{\frac{16}{25}r^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{25}{16} \cdot \frac{GM_Z}{r^2}$$

Natężenie Pola grawitacyjnego pochodzące od Księżyca ma postać:

$$\gamma_2 = \frac{GM_K}{(r-x)^2}$$

$$\gamma_2 = \frac{G \cdot \frac{1}{81}M_Z}{\left(r - \frac{4}{5}r\right)^2}$$

$$\gamma_2 = \frac{\frac{1}{81}GM_Z}{\left(\frac{1}{5}r\right)^2}$$

$$\gamma_2 = \frac{\frac{1}{81}GM_Z}{\frac{1}{25}r^2}$$

$$\gamma_2 = \frac{25}{81} \cdot \frac{GM_Z}{r^2}$$

Wypadkowe natężenie grawitacyjne będzie miało postać:

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_2$$

$$\gamma = \frac{25}{16} \cdot \frac{GM_Z}{r^2} - \frac{25}{81} \cdot \frac{GM_Z}{r^2}$$

$$\gamma \approx 1,5625 \cdot \frac{GM_Z}{r^2} - 0,3086 \cdot \frac{GM_Z}{r^2}$$

$$\gamma \approx 1,2539 \cdot \frac{GM_Z}{r^2}$$

Podstawiamy dane do wzoru:

$$\gamma = 1,2539 \cdot \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} kg}{(3,884 \cdot 10^8 m)^2}$$

$$\gamma = 1,2539 \cdot \frac{40,02 \cdot 10^{-11+24} \frac{m^3}{s^2}}{14,776336 \cdot 10^{16} m^2}$$

$$\gamma = 1,2539 \cdot \frac{40,02 \cdot 10^{13} \frac{m^3}{s^2}}{14,776336 \cdot 10^{16} m^2}$$

$$\gamma \approx 1,2539 \cdot 2,7 \cdot 10^{13-16} \frac{m^3}{s^2}$$

$$\gamma = 3,38553 \cdot 10^{13-16} \frac{m^3}{s^2}$$

$$\gamma \approx 3,4 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s^2}$$

Natężenie pola grawitacyjnego zwrócone jest w stronę środka Ziemi.