

zadanie 12.14

Oblicz wartości przyspieszenia ziemskiego \vec{g} na równiku ziemskim, tj. przyspieszenia z jakim spadają tam ciała pod działaniem wypadkowej sił grawitacji i odśrodkowej bezładności. Przyjmij, że iloczyn $GM_2 = 3,98 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$, promień Ziemi $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, a okres obrotu Ziemi wokół własnej osi to $T = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$

Dane

$$GM_2 = 3,98 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}$$

$$R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$T = 23 \text{ h } 56 \text{ min} = 86160 \text{ s} = 8,616 \cdot 10^4 \text{ s}$$

Szukane

$$g = ?$$

Rozwiązanie

Na ciało o masie m znajdujące się na równiku działa siła grawitacji równa

$$F_g = \frac{GM_2 m}{R^2}$$

G - siła grawitacji
 M_2 - masa Ziemi
 R - promień Ziemi

Dodatkowo działa siła odśrodkowa

$$F_{od} = \frac{mv^2}{R}$$

v - szybkość liniowa w ruchu obrotowym względem osi Ziemi dla tego ciała.

Zależność szybkości od okresu obrotu T przedstawiamy wzorem

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Zatem wypadkowa siła działająca na ciało znajduje się na równiku ma postać

$$F = F_g - F_{od}$$

$$F = \frac{GM_2 m}{R^2} - \frac{mv^2}{R}$$

$$F = \frac{GM_2 m}{R^2} - \frac{m \left(\frac{2\pi R}{T} \right)^2}{R}$$

$$F = \frac{GM_2 m}{R^2} - \frac{m \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}}{R}$$

$$F = \frac{GM_2 m}{R^2} - \frac{4\pi^2 m R}{T^2}$$

$$F = m \left(\frac{GM_2}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \right)$$

Korzystając z II zasady dynamiki Newtona otrzymujemy

$$ma = F$$

$$ma = m \left(\frac{GM_2}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \right)$$

$$a = \left(\frac{GM_2}{R^2} - \frac{4\pi^2 R}{T^2} \right)$$

$$a = \frac{3,98 \cdot 10^{14}}{(6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2} - \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}{(8,616 \cdot 10^4 \text{ s})^2} = \frac{398 \cdot 10^{12}}{40,5769 \cdot 10^{12} \text{ m}^2} - \frac{4 \cdot 9,8596 \cdot 6,37 \cdot 10^6}{74,235456 \cdot 10^8} \approx$$

$$\approx 9,8085 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{251,222608 \cdot 10^6 \text{ m}}{7423,5456 \cdot 10^6 \text{ s}^2} \approx 9,8085 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0,0338 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\approx 9,77 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$