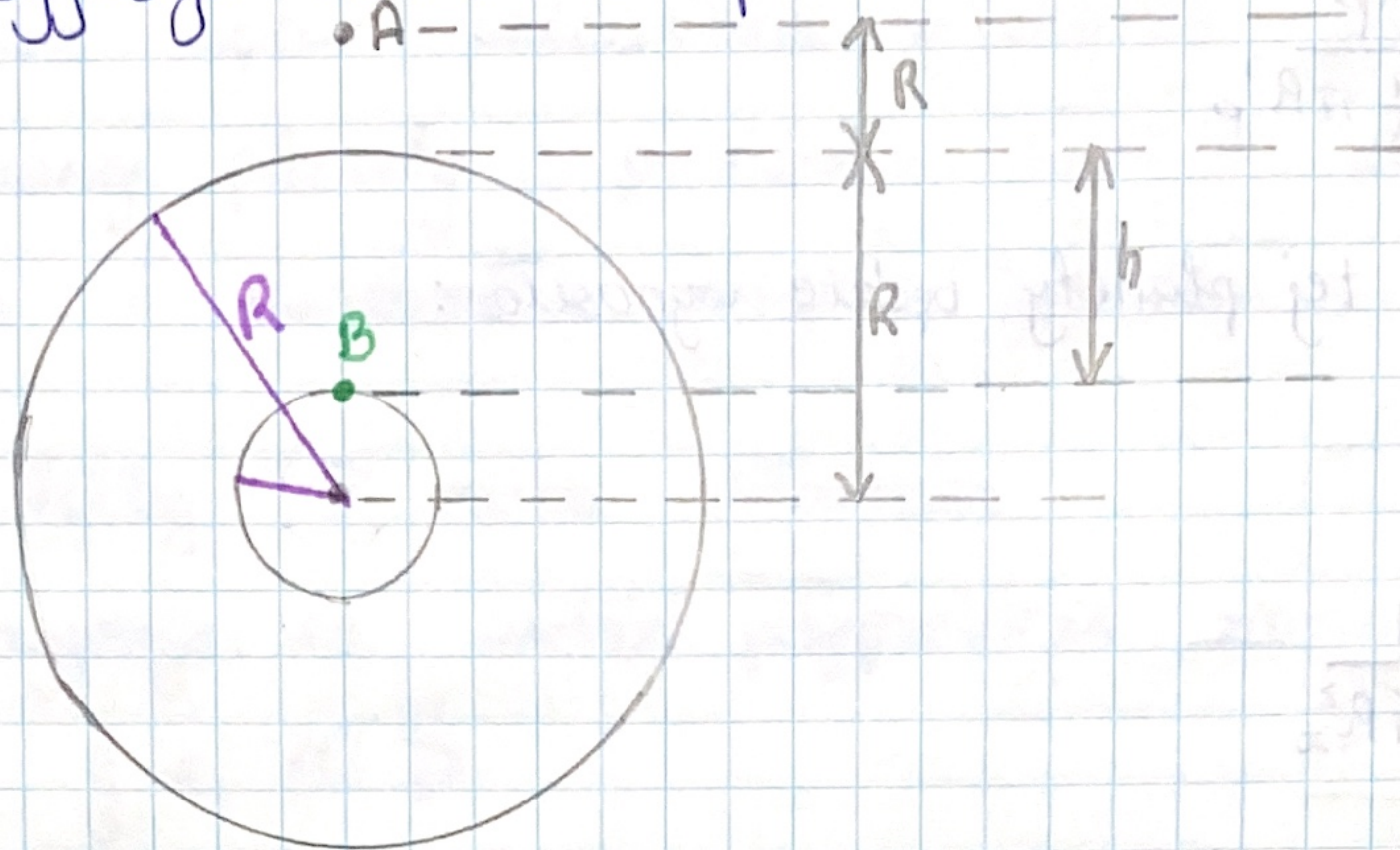


Zadanie 12.11 str. 52

Punkt A znajduje się nad powierzchnią Ziemi na wysokości równej promieniowi ziemskiemu R_z , natomiast punkt B znajduje się wewnątrz planety na głębokości $0,75 R_z$.

Oblicz, o ile różnią się wartości natężeń pola grawitacyjnego Ziemi w punktach A i B.



$$h = 0,75R$$

- Na punkt A działa natężenie grawitacyjne pochodzące od całej masy Ziemi, natomiast punkt B działa natężenie grawitacyjne pochodzące od pewnej części objętości Ziemi.

masa ciała $\gamma = \frac{GM}{r^2}$ (wzór na natężenie grawitacyjne)

natężenie pola grawitacyjnego γ

stała grawitacji G

odległość r

$$\gamma_A = \frac{GM_A}{d_A^2}$$

$$\gamma_B = \frac{GM_B}{d_B^2}$$

gdzie $d_A = 2R$
 $d_B = r$

- Przyjmując, że Ziemia jest kulą możemy zapisać, że objętość Ziemi działającą na poszczególne punkty wyrazimy wzorem:

$$V_A = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_B = \frac{4}{3} \pi r^3$$

- Wiemy, że masę Ziemi dla poszczególnych punktów możemy wyznaczyć korzystając z wzoru na gęstość:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V \rightarrow \text{objętość}$$

↓ ↓
masa gęstość

- Gęstość Ziemi jest stała zatem możemy zapisać, że masa Ziemi dla poszczególnych punktów wynosi:

$$M_A = \rho \cdot V_A = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$$

$$M_B = \rho \cdot V_B = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \rho r^3$$

- z rysunku wiadać, że:

$$r = R - h$$

$$r = R - 0,75h$$

$$r = 0,25R$$

$$r = \frac{1}{4} R$$

• Otrzymujemy natężenie grawitacyjne, które w punkcie A wynosi:

$$\gamma_A = \frac{GM_A}{d_A^2}$$

$$\gamma_A = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi \rho R^3}{(2R)^2}$$

$$\gamma_A = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{G \rho R^3}{4R^2}$$

$$\gamma_A = \frac{1}{3} \pi \cdot G \rho R$$

- natomiast w punkcie B:

$$\gamma_B = \frac{GM_B}{d_B^2}$$

$$\gamma_B = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi \rho r^3}{r^2}$$

$$\gamma_B = \frac{4}{3} \pi \cdot G \rho r$$

$$\gamma_B = \frac{4}{3} \pi \cdot G \rho \cdot \frac{1}{4} R$$

$$\gamma_B = \frac{1}{3} \pi \cdot G \rho R$$

- otrzymaliśmy, że:

$$\gamma_A = \frac{1}{3} \pi \cdot G \rho R$$

$$\gamma_B = \frac{1}{3} \pi \cdot G \rho R$$

• Wówczas otrzymujemy, że natężenie w tych punktach są sobie prawie równe, ponieważ przyjęliśmy, że Ziemia jest kulą oraz gęstość Ziemi w każdym jej punkcie jest taka sama:

$$\gamma_A \approx \gamma_B$$

- zatem różnica wartości natężenia jest zerowa

$$\gamma_A - \gamma_B \approx 0$$