

* Gęstość pierwszej planety jest 4,5 razy większa od gęstości drugiej, a jej promień jest 11,2 razy mniejszy. Oblicz stosunek wartości pierwszych prędkości kosmicznych na tych planetach.

ρ_1 - gęstość pierwszej planety

R_1 - promień pierwszej planety

ρ_2 - gęstość drugiej planety

R_2 - promień drugiej planety

$$\rho_1 = 4,5 \rho_2$$

$$R_2 = 11,2 R_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}} \quad \text{— pierwsza prędkość kosmiczna}$$

G - stała grawitacyjna, M - masa planety, R - promień planety

$$v_{11} = \sqrt{\frac{G \cdot M_1}{R_1}} \quad \text{— dla pierwszej planety}$$

$$v_{12} = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2}} \quad \text{— dla drugiej planety}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{— wzór na gęstość}$$

ρ - gęstość, m - masa, V - objętość

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

• Zakładamy, że planeta jest kulą dlatego jej objętość opisujemy

wzorem:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$M_1 = \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \pi R_1^3 \Rightarrow M_1 = \frac{4}{3} \pi \rho_1 R_1^3 \quad \text{— masa pierwszej planety}$$

$$M_2 = \rho_2 \cdot \frac{4}{3} \pi R_2^3 \Rightarrow M_2 = \frac{4}{3} \pi \rho_2 R_2^3 \quad \text{— masa drugiej planety}$$

$\frac{v_{12}}{v_{11}}$ - stosunek wartości prędkości kosmicznych na planetach

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \sqrt{\frac{\frac{G \cdot M_2}{R_2}}{\frac{G \cdot M_1}{R_1}}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_2}{R_2} \cdot \frac{R_1}{G \cdot M_1}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \sqrt{\frac{M_2 \cdot R_1}{R_2 \cdot M_1}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}\pi\rho_2 R_2^3 \cdot R_1}{R_2 \cdot \frac{4}{3}\pi\rho_1 R_1^3}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \sqrt{\frac{\rho_2 R_2^2}{\rho_1 R_1^2}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \frac{11,2 R_2}{R_1} \frac{\sqrt{\rho_2}}{\sqrt{4,5\rho_1}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} = \frac{11,2}{\sqrt{4,5}}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} \approx \frac{11,2}{2,1}$$

$$\frac{v_{12}}{v_{11}} \approx \underline{5,3}$$