

Zadanie 11.14

Średnie odległości Jowisza i Neptuna od Słońca są równe odpowiednio 780,3 mln km i 4560 mln km. Oblicz, o ile różnią się okresy obiegu tych planet wokół Słońca. Średnia odległość Ziemi od Słońca wynosi 150 mln km.

Dane:

$$r_J = 780,3 \text{ mln km}$$

$$r_N = 4560 \text{ mln km}$$

$$r_Z = 150 \text{ mln km}$$

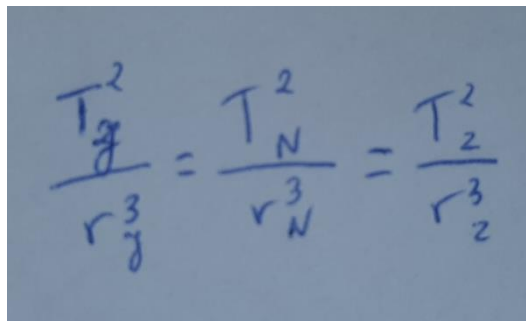
Szukane:

$$\Delta T = ?$$

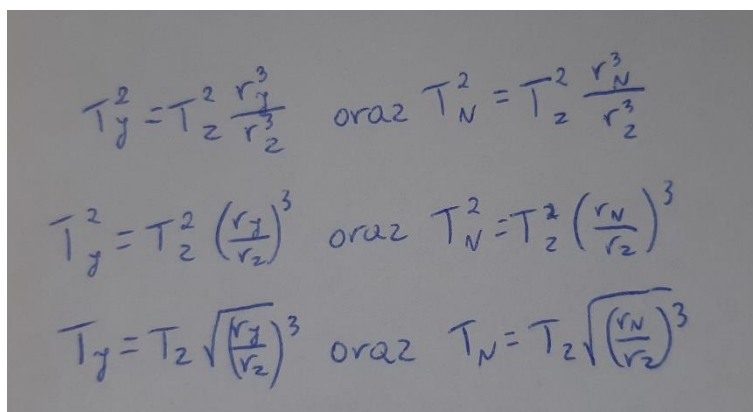
Ziemia obiega słońce w ciągu jednego roku

$$T_Z = 1 \text{ rok}$$

Z III prawa Keplera otrzymujemy, że:


$$\frac{T_J^2}{r_J^3} = \frac{T_N^2}{r_N^3} = \frac{T_Z^2}{r_Z^3}$$

Wówczas:


$$T_J^2 = T_Z^2 \frac{r_J^3}{r_Z^3} \quad \text{oraz} \quad T_N^2 = T_Z^2 \frac{r_N^3}{r_Z^3}$$
$$T_J^2 = T_Z^2 \left(\frac{r_J}{r_Z}\right)^3 \quad \text{oraz} \quad T_N^2 = T_Z^2 \left(\frac{r_N}{r_Z}\right)^3$$
$$T_J = T_Z \sqrt{\left(\frac{r_J}{r_Z}\right)^3} \quad \text{oraz} \quad T_N = T_Z \sqrt{\left(\frac{r_N}{r_Z}\right)^3}$$

Zatem różnica okresów obiegu tych planet wynosi:

$$\begin{aligned}\Delta T &= T_N - T_J \\ \Delta T &= T_2 \sqrt{\left(\frac{r_N}{r_2}\right)^3} - T_2 \sqrt{\left(\frac{r_J}{r_2}\right)^3} \\ \Delta T &= T_2 \left(\sqrt{\left(\frac{r_N}{r_2}\right)^3} - \sqrt{\left(\frac{r_J}{r_2}\right)^3} \right)\end{aligned}$$

Podstawiamy dane:

$$\begin{aligned}\Delta T &= 1 \text{ rok} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{4560 \text{ mln km}}{150 \text{ mln km}}\right)^3} - \sqrt{\left(\frac{780,3 \text{ mln km}}{150 \text{ mln km}}\right)^3} \right) = 1 \text{ rok} \cdot \left(\sqrt{30,4^3} - \sqrt{5,202^3} \right) \\ &\approx 1 \text{ rok} \cdot \left(\sqrt{28094,464} - \sqrt{140,77} \right) \approx 1 \text{ rok} \cdot (167,614 - 11,865) = 1 \text{ rok} \cdot 155,749 \approx \underline{\underline{156 \text{ lat}}}\end{aligned}$$

Odp.: Okresy obiegu tych planet wokół Słońca różnią się o ok. 156 lat.