

ZADANIE 11.13

Planeta o masie m porusza się z częstotliwością ν po orbicie kołowej dookoła gwiazdy. Wyrowadź wzór na promień orbity planety. Przyjmij, że gęstość gwiazdy równa ρ , to jej promień R .

SZUKANE:

promień orbity planety $r = ?$

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} \rightarrow \text{pomiędzy planetą i gwiazdą działa siła oddziaływania grawitacyjnego}$$

$M = \rho V$ $\rightarrow$ gdzie M jest masą okrężanej gwiazdy, G stałą grawitacji. Nie znamy masy gwiazdy ale znamy jej gęstość

$$M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3$$

$F_d = F_g$ $\rightarrow$ siła oddziaływania grawitacyjnego odgrywa rolę siły dośrodkowej, przez co planeta okrąża ~~planetę~~ gwiazdę

$F_d = \frac{mv^2}{r}$ $\rightarrow$ wartość siły dośrodkowej przedstawimy wzorem, gdzie v jest szybkością liniową planety w ruchu orbitalnym

$$v = 2\pi r \nu$$

$F_d = F_g$ $\rightarrow$ można wykreślić więc promień orbity planety

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\frac{(2\pi r \nu)^2}{r} = \frac{G \frac{4}{3} \pi \rho R^3}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2 \nu^2}{r} = \frac{4\pi G \rho R^3}{3r^2}$$

$$\pi r \nu^2 = \frac{G \rho R^3}{3r^2} \cdot r^2$$

$$\pi r^3 \nu^2 = \frac{G \rho R^3}{3} \quad | : \pi \nu^2$$

$$r^3 = \frac{G \rho R^3}{3\pi \nu^2} \quad | \sqrt[3]{}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G \rho R^3}{3\pi \nu^2}}$$

$$r = R \sqrt[3]{\frac{G \rho}{3\pi \nu^2}}$$