

zad. 11.12

Jeden z naturalnych satelitów Marsa, Fobos, okręca maciennysta planetę w odległości około 9400 km od jej środka. Oblicz czas, w którym Fobos wykonuje pełne okrążenie Marsa. Masa planety wynosi $6,4 \cdot 10^{23}$ kg.

Dane:

$$r = 9400 \text{ km} = 9,4 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Szukane:

$$T = ?$$

Rozwiązanie:

Szybkość orbitalna ciała okrążającego inne ciało o masie M w odległości r od tego ciała przedstawiamy wzorem:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Szybkość v mierzona po okręgu w zależności od okresu obrotu T przedstawiamy wzorem:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Porównując te wzory możemy wyznaczyć okres, czyli czas pełnego okrążenia, z jakim Fobos obiega Marsa:

$$\sqrt{\frac{GM}{r}} = \frac{2\pi v}{T} \cdot T$$

$$\frac{\sqrt{GM}}{\sqrt{r}} T = 2\pi v \cdot T$$

$$\sqrt{GM} \cdot T = 2\pi v \sqrt{r} \quad | : \sqrt{GM}$$

$$T = 2\pi \frac{\sqrt{r^3}}{\sqrt{GM}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Podstawiamy dane liczbowe:

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{(9,4 \cdot 10^6 \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ kg}}}$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{830,584 \cdot 10^{18} \text{ m}^3}{42,688 \cdot 10^{12} \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}}}$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{830,584 \cdot 10^8 \text{ m}^3}{42,688 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg}}}}$$

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{18,457 \cdot 10^6 \text{ s}^2} \approx 6,28 \cdot 4,411 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$T = 27,70108 \cdot 10^3 \text{ s} \approx 27701 \text{ s}$$

$$T = 27701 \cdot \frac{1}{3600} \text{ h} \approx 7,694722 \text{ h} \approx \underline{7,69 \text{ h}}$$

odp. Czas, w którym Fobos wykonuje pełną
okoliczność Mercurusa wynosi 7,69h.