

zad. 3.1

Oblicz momenty bezwładności układów kulek (o pomijalnych rozmiarach) umieszczonych w wierzchołkach prostokąta względem osi O_1, O_2, O_3 . Przyjmij $m = 10^{-3} \text{ kg}$, $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$. \otimes ozn. oś prostopadła do płaszczyzny rysunku.

DANE:

$$m = 10^{-3} \text{ kg}$$

$$a = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$b = 4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

a) kulki - masy punktowe

$$I = mr^2 - \text{moment bezwładności}$$

mamy 4 kulki o takich samych masach oddalone w takiej samej odległości od osi, która odp. połowie boku o dł. b

$$r = \frac{b}{2}$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I = mr^2$$

$$I = m \left(\frac{b}{2} \right)^2$$

$$I = m \frac{b^2}{4} = \frac{1}{4} mb^2 - m. \text{ bezwładności każdej kulki}$$

$$I_c = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

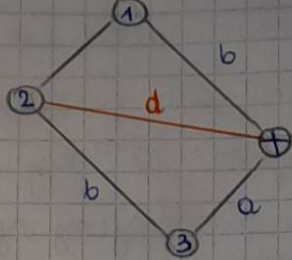
$$I_c = 4I$$

$$I_c = 4 \cdot \frac{1}{4} mb^2$$

$$I_c = mb^2$$

$$I_c = 10^{-3} \text{ kg} \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 16 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 =$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Tw. Pitagorasa
 $d^2 = a^2 + b^2$
 $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

Momenty bezwładności kulek

① $I_1 = mb^2$

③ $I_3 = ma^2$

② $I_2 = md^2$

$I_2 = m(a^2 + b^2)$

$I_c = I_1 + I_2 + I_3$

$I_c = mb^2 + m(a^2 + b^2) + ma^2$

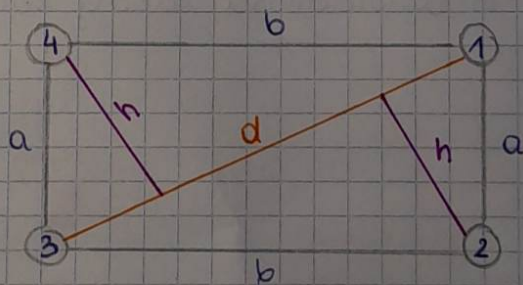
$I_c = 2ma^2 + 2mb^2$

$I_c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 + 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2 =$

$= 2 \cdot 9 \cdot 10^{-3-2} + 2 \cdot 16 \cdot 10^{-3-2} = 18 \cdot 10^{-5} + 32 \cdot 10^{-5} =$

$= 50 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

c)



Tw. Pitagorasa

$d = \sqrt{a^2 + b^2}$

Odc. a, b i d tworzą Δ o wysokości h

$P_{\Delta} = \frac{dh}{2}$

Przrostokąt o bokach a, b jest połową tego Δ , więc

$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot d \cdot h$

$$P\Delta = \frac{1}{2} ab$$

$$\downarrow \frac{dh}{2} = \frac{1}{2} ab$$

$$h = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_3 = 0 \quad - m. \text{ bezwładności kul 1 i 3 (cg na osi obrotu)}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_4 = mb^2 \quad - \quad \text{''} \quad \text{---} \quad \text{2 i 4 (cg sama odległości od osi obrotu)}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_4 = m \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4$$

$$\bar{I}_c = 0 + m \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} + 0 + m \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\bar{I}_c = 2m \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\bar{I}_c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \frac{(3 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot (4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{(3 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 + (4 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 5,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\cdot 10^{-8-(-4)} \text{ m}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 5,76 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 11,52 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 =$$

$$\approx 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$